Методическое письмо
о преподавании учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» в общеобразовательных организациях Мурманской области в 2019/2020 учебном году

Данное методическое письмо разработано для общеобразовательных организаций Мурманской области с целью организации преподавания математики в 2019/2020 учебном году.

1. Нормативные и методические документы, обеспечивающие организацию образовательной деятельности по учебному предмету «Математика»

1.1. Документы и материалы федерального уровня

1. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».
2. Приказ Минобрнауки России от 17.12.10 № 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».
3. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».
4. Приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, основного и среднего (полного) общего образования».
5. Приказ Минобрнауки России от 09.03.2004 № 1312 «Об утверждении федерального базисного учебного плана и примерных учебных планов для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования».
6. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 28.12.2018 № 345 «Об утверждении федеральных перечней учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования».
7. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 29.12.2010 № 189 «Об утверждении СанПиН 2.4.2.2821-10 «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях».
8. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15 // Реестр Примерных основных общеобразовательных программ Министерства

образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс]. - URL: http://fgosreestr.ru/reestr.

9. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-3) // Реестр Примерных основных общеобразовательных программ Министерства образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс]. - URL: http://fgosreestr.ru/reestr;

10. Письмо Департамента государственной политики в сфере общего образования от 28 октября 2015 г. № 08-1786 «О рабочих программах учебных предметов».

11. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. - https://drive.google.com/file/d/0Bzf4jG2CBF0eSlFGZ25OVVRXams/edit;

12. Письмо Минобрнауки России от 18.08.2017 № 09-1672 «Методические рекомендации по уточнению понятия и содержания внеурочной деятельности в рамках реализации основных общеобразовательных программ, в том числе в части проектной деятельности».

1.2. Документы и материалы регионального уровня

1. Приказ Министерства образования и науки Мурманской области от 12.12.2018 № 2008 «О переходе общеобразовательных организаций Мурманской области на федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования с 1 сентября 2019 года».

2. Приказ Министерства образования и науки Мурманской области от 04.02.2019 № 209 «Об утверждении Плана мероприятий по повышению качества математического образования в образовательных организациях Мурманской области на 2019-2020 годы».

2. Особенности преподавания учебного предмета в условиях реализации Концепции развития математического образования в РФ

Стратегия развития математического образования определена Концепцией развития математического образования в РФ, утвержденной Постановлением Правительства РФ 24 декабря 2013 года.

Задачами развития математического образования в Российской Федерации являются:

• модернизация содержания учебных программ математического образования на всех уровнях;

• обеспечение отсутствия пробелов в базовых знаниях для каждого обучающегося, формирование у участников образовательных отношений установки «нет неспособных к математике детей», обеспечение уверенности в честной и адекватной задачам образования государственной итоговой

аттестации, предоставление учителям инструментов диагностики (в том числе автоматизированной) и преодоления индивидуальных трудностей;

• обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации учебных программ математического образования, в том числе в электронном формате, инструментов деятельности обучающихся и педагогов, применение современных образовательных технологий в образовательной деятельности;

• повышение качества работы преподавателей математики; обеспечение им возможности обращаться к лучшим образцам российского и мирового математического образования, достижениям педагогической науки и современным образовательным технологиям, создание и реализация ими собственных педагогических подходов и авторских программ;

• поддержка лидеров математического образования (организаций и отдельных педагогов и ученых, а также структур, формирующихся вокруг лидеров), выявление новых активных лидеров;

• обеспечение учащимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся математические способности, всех условий для развития и применения этих способностей;

• популяризация математических знаний и математического образования.

Возможность достижения необходимого уровня математического образования должна поддерживаться индивидуализацией обучения, использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Возможность достижения высокого уровня подготовки должна быть обеспечена развитием системы специализированных общеобразовательных организаций и специализированных классов, системы дополнительного образования детей в области математики, системы математических соревнований (конференций, олимпиад и др.).

Достижение какого-либо из уровней подготовки не должно препятствовать индивидуализации обучения и закрывать возможности продолжения образования на более высоком уровне или изменения профиля. Необходимо стимулировать индивидуальные формы работы с отстающими учащимися. Для успешных педагогов должна быть обеспечена возможность их профессионального роста в форме научной и прикладной работы, дополнительного профессионального образования, включая стажировку в организациях - лидерах фундаментальных и прикладных исследований в области математики и математического образования.

Концепцией также предусмотрены математическое просвещение и популяризация математики, дополнительное образование. Учителям математики следует обратить особое внимание на организацию работы по активной популяризации математики в урочной и внеурочной деятельности. Школьным методическим объединениям необходимо учесть в планах работы на учебный год элементы этой деятельности.

На уровне образовательных организаций Концепция предполагает дальнейшее совершенствование следующих направлений: содержание математического образования; средства обучения; методики и технологии обучения; система контроля образовательных результатов; дополнительное математическое образование; изучение и обобщение продуктивного педагогического опыта.

3. Рекомендации по проектированию и реализации рабочих программ по математике в условиях реализации ФГОС ОО

3.1. Изменения во ФГОС основного общего образования

В соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» изучение предметной области «Математика» должно обеспечить:

– осознание значения математики в повседневной жизни человека;

– формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;

– понимание роли информационных процессов в современном мире;

– формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Содержание курсов математики 5-6 классов, алгебры и геометрии 7-9 классов объединено как в исторически сложившиеся линии (числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная и др.), так и в относительно новые (стохастическая линия, «реальная математика»).

Отдельно представлены линия сюжетных задач, историческая линия.

В силу новизны для школы вероятностно-статистического материала и отсутствия методических традиций возможна вариативность при его структурировании, а начало изучения может быть отнесено к 7 классу.

В соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (далее − ФГОС ООО) предусматривается значительное увеличение активных форм работы, направленных на вовлечение обучающихся в математическую деятельность, на обеспечение понимания ими математического материала и развития интеллекта, приобретение практических навыков, умений проводить рассуждения, доказательства.

Оптимизация образовательной деятельности обучению математике в школе состоит в грамотном сочетании традиционных, хорошо зарекомендовавших себя технологий обучения и современных педагогических технологий, образовательных ресурсов и требований к планируемым результатам.

3.2. Проектирование рабочих программ при реализации ФГОС ОО

В соответствии с ФГОС ООО в 5-6 классах общеобразовательных организаций изучается интегрированный курс «Математика». Минимальное количество учебных часов в неделю - по 5. Содержание курса математики в 5 и 6 классах традиционное, за исключением новой линии «Математика в историческом развитии». В 6-м классе заканчивается изучение интегрированного курса математики, в том числе и раздела «Арифметика». С 7-го класса осуществляется переход на систематические курсы «Алгебра» и «Геометрия».

Обязательная предметная область «Математика и информатика» в 7-9 классах представлена двумя математическими предметами: «Алгебра» и «Геометрия». Рекомендуемое количество учебных часов в 7-9 классах на изучение предметов «Алгебра» - по 3 часа и «Геометрия» - по 2 часа на базовом уровне.

В соответствии с ФГОС среднего общего образования и с тремя группами требований к предметным результатам математического образования в общеобразовательных организациях могут реализовываться следующие рабочие программы по предмету: программа изучения математики на базовом уровне (*компенсирующая базовая),* либо программа изучения математики на базовом уровне (*основная базовая)*, либо программа изучения математики на углубленном уровне (http://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/prim_srednego_veroyatnost.pdf).

На базовом уровне среднего общего образования основная цель освоения предмета – достижение проблемно-функциональных результатов, использование математики в повседневной жизни и обеспечение возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

На углублённом уровне среднего общего образования основная цель освоения предмета – достижение системно-теоретических результатов, обеспечение возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности.

Организация образовательной деятельности по образовательным программам основного общего и среднего общего образования может быть основана на дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся, обеспечивающих углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы (профильное обучение).

Углубленное изучение математики рекомендуют начинать как с 5-го класса, так и с 7-го класса. За счет часов части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений, рекомендуется увеличить количество часов на изучение математики на углубленном уровне до 6 часов в неделю в 5 и 6 классах (по УМК авторского коллектива под руководством М.С. Якира). Для реализации программ углублённого уровня с 7-го класса

рекомендуют использовать один из трёх УМК авторских коллективов под руководством М.С. Якира, или В.А. Макарычева, или А.Г. Мордковича.

В соответствии с ФГОС среднего общего образования в 10-11 классах изучается учебный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» (базовый и углубленный уровень).

При освоении курса математики на уровне среднего общего образования формируется комплекс образовательных результатов: предметных, метапредметных и личностных. Требования к образовательным результатам указаны в ФГОС СОО, кроме того, планируемые результаты конкретизированы в Примерной основной образовательной программе СОО (далее ПООП СОО).

Поскольку математика является интеграцией двух важнейших содержательных разделов: алгебры и начал математического анализа и геометрии, образовательная организация самостоятельно, в рамках количества часов, отведенного учебным планом, осуществляет распределение часов между этими разделами. При этом можно выбрать любую модель изучения, как последовательную (блочную), так и параллельную.

Учебный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» на углублённом уровне рекомендуется изучать в классах технологического, социально-экономического и естественнонаучного профилей, ориентированных на профессии, связанные с финансами и экономикой, на производственную, инженерную и информационную сферы деятельности.

Универсальный профиль ориентирован, в первую очередь, на обучающихся, чей выбор «не вписывается» в рамки заданных выше профилей. Он позволяет ограничиться базовым уровнем изучения учебных предметов, однако ученик также может выбрать учебные предметы на углубленном уровне, в том числе и математику.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений (формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий. В зависимости от уровня программы больше или меньше внимания уделяется умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов. Требования, сформулированные в разделе «Геометрия», в большей степени относятся к развитию пространственных представлений и графических методов, чем к формальному описанию стереометрических фактов.

Количество часов на изучение предмета на углубленном уровне на два года – 420. Рекомендуемое количество часов на изучение математики в 10-11 классах на углублённом уровне в неделю – не менее 6 часов при обязательной поддержке элективных курсов (не менее 1 часа). Оптимальное сочетание с

учётом традиций российской школы – 8 часов на учебный предмет и 3 часа на элективные курсы.

Концепция развития математического образования в Российской Федерации определяет, что математическое образование решает следующие ключевые задачи:

– предоставлять каждому учащемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;

– обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.;

– в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку учащихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования.

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);

2) математика для использования в профессии;

3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Эти направления реализуются в двух блоках требований к результатам математического образования как на базовом, так и на углублённом уровнях.

При изучении математики на углубленном уроне предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности»; вместе с тем выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьезного изучения математики в вузе.

Требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса и дополнительно отражать:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

В программах углублённого изучения математики на уровне среднего общего образования усилены все содержательные линии, особенно стохастическая линия, линия чисел, геометрическая линия.

Рабочие программы по учебным предметам (курсам) являются составной частью соответствующих основных общеобразовательных программ ОО. Рабочие программы учебных предметов, реализуемых в рамках ФГОС ОО, разрабатываются образовательной организацией на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы по ФГОС соответствующего уровня, с учетом примерных программ по отдельным учебным предметам (курсам) общего образования, входящих в государственный реестр http://www.fgosreestr.ru.

Примерные программы не могут использоваться в качестве рабочих, поскольку они не учитывают последовательности изучения материала и распределения его по классам или годам обучения, в них не отражаются особенности образовательной программы ОО, контингента учащихся, методической системы, реализуемого уровня и УМК, а также индивидуального стиля учителя.

Учителя математики имеют право на разработку и применение авторских программ, методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы, отдельного учебного предмета, курса, дисциплины (пункт 3 части 3 статьи 47 Федерального закона № 273-ФЗ). Авторские программы учебных предметов, разработанные в соответствии с требованиями ФГОС ОО и с учетом примерной основной образовательной программы соответствующего уровня образования, также могут рассматриваться как рабочие программы учебных предметов. Решение о возможности их использования в структуре основной образовательной программы образовательной организации принимается на уровне образовательной организации (письмо Минобрнауки России от 28 октября 2015 года № 08-1786 «О рабочих программах учебных предметов»).

Рабочие программы по учебным предметам (курсам) целесообразно разрабатывать на уровень основного (5-6 классы, 7-9 классы), среднего (10-11 классы) общего образования. Таким образом, по одной рабочей программе могут работать все учителя, преподающие учебный предмет в данной образовательной организации (в этом случае разработка рабочей программы по учебному предмету должна стать результатом работы методического

объединения учителей математики). Допустим и иной подход – разработка рабочих программ по годам обучения.

Рабочие программы по учебным предметам целесообразнее разрабатывать отдельно по уровням обучения: рабочая программа по предмету «Алгебра» (базовый уровень), рабочая программа по предмету «Алгебра» (углубленный уровень).

Структура рабочей программы утверждается образовательной организацией самостоятельно в соответствии с Письмом Министерства образования и науки РФ «О рабочих программах учебных предметов» от 28.10.15 № 08-1786 и приказами Министерства образования и науки РФ от 31 декабря 2015 г. № 1576, 1577, 1578 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт»).

Структура рабочей программы учебного предмета «Математика» включает следующие компоненты.

1. Планируемые результаты освоения учебного предмета.

Планируемые результаты освоения учебного предмета, представленные в рабочих программах, должны соответствовать структурному компоненту целевого раздела основной образовательной программы основного/среднего общего образования общеобразовательной организации «Планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы основного/среднего общего образования». Достижение планируемых личностных, метапредметных и предметных результатов целесообразно определять по состоянию на конец каждого года обучения.

Предметные результаты на уровне общего образования в соответствии с ФГОС ООО и ФГОС СОО представляются двумя блоками «Выпускник научится» и «Выпускник получит возможность научиться».

В разделе «Планируемые результаты освоения учебного предмета, курса» фиксируются результаты освоения рабочей программы по каждому тематическому разделу.

2. Содержание учебного предмета.

Содержание рабочих программ учебного предмета «Математика» разрабатывается с учетом примерной основной образовательной программы основного/среднего общего образования, а также вариативных (авторских) программ; включает перечень изучаемого учебного материала по основным разделам (темам).

3. Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

Раздел целесообразно оформить в виде таблицы, состоящей из граф: название темы; количество часов, отводимых на освоение темы.

Общеобразовательная организация может самостоятельно включить в тематическое планирование дополнительные компоненты, например, характеристику контрольно-измерительных материалов, учебно-методическое обеспечение предмета, перечень рекомендуемой литературы (основной и

дополнительной) для педагога и обучающихся и др. При планировании образовательной деятельности учитель может самостоятельно определить оптимальную для конкретной педагогической ситуации последовательность и временные рамки рассмотрения отдельных тем.

Педагоги имеют право на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ, методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы отдельного учебного предмета (п. 3 ч. 3 ст. 47 ФЗ № 273 «Об образовании в Российской Федерации»).

4. Рекомендации по изучению наиболее сложных тем учебного предмета

По итогам анализа результатов ВПР, ГИА в Мурманской области можно выделить умения и виды деятельности, не сформированные у большинства учащихся на базовом уровне (таблица 1), а также типичные ошибки и недочёты, допущенные учащимися при проведении контрольно-оценочных процедур.

Таблица 1.

Умения и виды деятельности, не сформированные у большинства учащихся общеобразовательных организаций Мурманской области на базовом уровне

ВПР в 5-х, 6-х классах	ГИА в форме ОГЭ	ГИА в форме ЕГЭ
Не сформированы на базовом уровне следующие умения и виды деятельности:		
сокращение обыкновенной дроби; нахождение числа по его части;	применение алгоритмов действий с дробно-рациональными выражениями;	решение текстовой задачи с практико-ориентированным контекстом по бытовому сюжету
оперирование символьным языком алгебры при нахождении значения буквенного выражения; использование свойств и правил действий со смешанными дробями с разными знаменателями на порядок действий; нахождение процента числа и обратной зависимости; решение текстовых задач, в частности, проведение анализа задачи, установление зависимости между величинами, определение количества и порядка действий для	нахождение значения буквенного выражения; проведение практических расчётов по формуле; решение квадратных неравенств; решение контекстных задач на нахождение процента от числа и наоборот, геометрического характера на равенство и подобие треугольников; вычисление линейных, угловых элементов в треугольниках, четырёхугольниках и окружностях, а также вычисление площадей многоугольников	решение простейших уравнений, содержащих арифметический квадратный корень, логарифмическое выражение; построение и исследование математической модели вероятностной конструкции; преобразование тригонометрических выражений на применение основных тригонометрических формул; исследование функции средствами

решения задачи, выбор и объяснение выбора действий, а также метода решения арифметическим способом: либо по действиям, либо составлением числового выражения; извлечение и анализ статистической информации, представленной в различных формах		математического анализа; исследование математической модели физической задачи

Системными ошибками и недочетами учащихся вне зависимости от уровня образования являются:

– вычислительные ошибки: несформированность умений выполнять устные действия с десятичными и обыкновенными числами, положительными и отрицательными числами, смешанными дробями;

– неумение проводить проверку правильности вычислений (с помощью обратного действия, прикидки и оценки результата действия);

– неумение переходить от словесной формы записи условия к аналитической, от аналитической формы записи условия к графической и наоборот;

– недостаточная отработка использования приобретённых знаний и умений при решении геометрических задач;

– ошибки на уровне базовых определений, свойств, формул, в том числе арифметического квадратного корня, свойств степени с рациональным показателем, формулы сокращённого умножения;

– невладение техникой тождественных преобразований целых и дробных рациональных выражений, техникой дифференциального исчисления;

– недостаточное владение методом математического моделирования;

– несформированность навыков смыслового чтения, самоконтроля;

– недостаточное владение арифметическим и алгебраическим способами решения текстовых задач.

Системной проблемой преподавания курса математики является изучение темы «Части и проценты» (основная причина – несоответствие сложности изучаемых понятий, типов и методов решения базовых задач возрастным особенностям учащихся).

Возможными причинами недостаточно высоких результатов при проведении контрольно-оценочных процедур внешней оценки можно назвать:

– формальное усвоение теоретической составляющей курса математики; неумение строить математическую модель задачи, в том числе перевод её условия на язык математики; недостаточная отработка типологии и методологии решения отдельного круга задач, не развито смысловое чтение;

– неверное распределение времени на изучение отдельных тем школьного курса математики при разработке тематического планирования в рабочих программах;

– тренировка на узнавание сюжета, а не метода решения, что влечёт неумение применять имеющиеся знания в видоизменённой ситуации, комбинировать несколько методов к решению задания;

– методические просчёты учителей математики: обучение не методологии предмета, а частным методам решения конкретных заданий;

– нерациональная организация повторения курса математики.

Рекомендации учителям математики по совершенствованию образовательной деятельности:

1. Изучение наиболее сложных тем учебного предмета «Доли и проценты», «Тождественные преобразования выражений», «Неравенства», «Применение производной к исследованию функций», «Планиметрия четырёхугольников», «Геометрия окружности», «Подобие треугольников», «Площади и объёмы многогранников, тел вращения» должно вестись с обязательной отработкой опорных математических конструкций, основных типов задач. При этом наиболее продуктивными типами уроков являются уроки рефлексии и развивающего контроля.

2. Выстраивание эффективной системы организации текущего и итогового повторения ключевых элементов содержания курса математики с разработкой циклограммы организации повторения. Формирование индивидуальных маршрутов обучения учащихся с разными образовательными потребностями и возможностями.

3. Планирование контрольно-оценочной деятельности в части разработки диагностического инструментария, организации стартовой диагностики, текущего и промежуточного контроля с учётом требований к уровню сформированности предметных и метапредметных результатов обучения учащихся, к типологии задач и критериям оценивания заданий ВПР, КИМ ОГЭ, ЕГЭ.

4. Расширение тематики программ кружков, практикумов, спецкурсов, элективных и факультативных курсов для учащихся 5-9-х, 10-11-х классов, направленных на отработку вычислительных приёмов, техники преобразований, углубленное рассмотрение наиболее значимых вопросов предмета, таких как решение логических задач, задач на развитие пространственного мышления. При этом увеличение доли комплексных заданий, заданий комбинированного характера, задач с дополнительными условиями, задач на использование нескольких приёмов при решении и отборе решений; «сюжетных» задач; задач на отработку базовых конструкций и включения их в систему более сложных заданий.

5. Акцентирование внимания в преподавании предмета на вариативности математических методов решения заданий.

6. Усиление практико-ориентированной направленности в применении изучаемых математических понятий и различных математических моделей для

решения контекстных задач. В преподавании геометрии усиление теоретико-обосновательной стороны решения задач на построение и комбинации нескольких фигур и соотношение между характеристиками частей одной фигуры.

7. Повышение наглядности преподавания геометрии.

8. Целесообразное использование педагогических технологий и стратегий обучения в соответствии с реализуемыми целями обучения и применяемой типологией уроков в системно-деятельностном подходе к обучению. Усиление ответственности учителей начальных классов и учителей математики, работающих в основных образовательных организациях, за формирование базовых предметных компетенций, необходимых для достижения высоких результатов обучения как на уровне основного общего образования, так и профильном уровне и при продолжении обучения в профильных вузах.

Обращаем внимание, что на сайте ФИПИ размещён проект «Перспективная модель измерительных материалов для государственной итоговой аттестации по программам основного общего образования по математике в 2020 году».

5. Рекомендации по реализации межпредметных связей при изучении предметов естественнонаучного и математического цикла

Несформированность отдельных умений и видов деятельности влияет не только на уровень выполнения экзаменационных заданий по математике, но и на уровень усвоения содержания и развития метапредметных умений при изучении всех учебных дисциплин школьного курса.

К ним, прежде всего, относятся невладение методами математического моделирования, описательной статистики, функционально-аналитического исследования объектов, а также недостаточная сформированность логического мышления и пространственного воображения. Анализ математических ошибок, допущенных на государственной итоговой аттестации учащимися в течение последних пяти лет по физике, химии, информатике и ИКТ, представлен в таблице 2.

Таблица 2.

Доля математических ошибок, допущенных учащимися на государственной итоговой аттестации по физике, химии, информатике и ИКТ

Математические ошибки по темам курса математики	Предметы		
	физика	химия	информатика и ИКТ
Свойства пропорции	5%	7%	5%
Оценка погрешностей измерения	12%	5%	-
Запись числа в стандартном виде	5%	4%	-
Деление с остатком	-	-	18%
Признаки делимости чисел	-	3%	12%

Компоненты арифметических действий и их выражение	9%	7%	12%
Применение правил округления	3%	5%	-
Выполнение заданий с параметром	8%	-	7%
Степень	7%	6%	3%
Вектора	17%	-	-
Производная	11%	-	-
Вычислительные ошибки	11%	10%	9%

Представленные результаты свидетельствуют о том, что это ошибки:

– курса «Арифметика» начальной школы и 5-6 классов: 10% учащихся не умеют применять правила выполнения арифметических операций над действительными числами; 14% - не владеют умениями целочисленного деления на число и деления с остатком, округления чисел и выражения элемента пропорции; у 9% - не сформированы навыки нахождения компонентов арифметических действий;

– курса «Алгебра» 7-9 классов: 5% - не знают определение и свойства степени с рациональным показателем и 8% не умеют выражать переменную в общем виде;

– курса «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 классов: не отработана техника дифференцирования и не усвоен физический смысл производной у 8% учащихся;

– курса «Геометрия»: 17% учащихся не умеют применять правила действий с векторами, их проекциями.

Одна из причин наличия подобных ошибок - несовпадение сроков изучения отдельных тем по физике, химии, информатике и ИКТ, математике (например, свойства пропорции изучаются в курсе математики в 6 классе, но их применение в химии – намного позже в 8 классе). В примерных программах по математике теме «Погрешности» уделено недостаточное внимание, однако в физике она востребована. В то же время, несвоевременная организация учителями математики повторения «под предмет», слабая интеграция по отработке понятийно-формульного аппарата (физический смысл производной, показательная и логарифмическая функции, гармонические колебания, тригонометрические функции, основы дифференциального и интегрального исчисления, в частности скорость протекания таких процессов, как химическая реакция, размножение биологических популяций и других), задачного материала не позволяет избежать математических ошибок на экзаменах по физике, химии, информатике и ИКТ.

Рекомендуется в общеобразовательной организации создать рабочую группу учителей естественно-математического цикла для:

– согласования рабочих программ в части установления соответствия;

– планирования сроков изучения отдельных тем по предметам естественнонаучного и математического цикла;

– разработки контрольно-оценочных материалов, включая комплексные работы, с целью оценки уровня сформированности метапредметных, предметных, образовательных результатов, в том числе познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД при решении учебно-познавательных и учебно-практических задач, основанных на работе с текстом;

– выработки единых подходов к терминологии, обозначениям величин, системе их измерений (речевому и письменному режиму);

– определения тематического содержания по внутрипредметной, межпредметной интеграции по предметам гуманитарного и естественнонаучного циклов для проведения междисциплинарных занятий;

– организации проектной и исследовательской деятельности при решении проблемных задач межпредметного и контекстного характера.

6. Рекомендации по формированию и реализации рабочих программ курсов внеурочной деятельности и дополнительных общеразвивающих программ

При формировании учебного плана в части внеурочной деятельности в предметной области «Математика и информатика» необходимо учитывать, что выбор тематики факультативных курсов, спецкурсов и практикумов должен соответствовать уровню и направленности реализуемых образовательных программ.

Для развития логического, критического мышления, творческой активности, функциональной грамотности учащихся по математике эффективными могут являться следующие подходы к выбору модели элективных курсов, спецкурсов, факультативов, которые представлены в таблице 3.

Таблица 3.

Рекомендации по организации внеурочной деятельности по математике

Классы	Уровень реализуемых программ	Тематика программ спецкурсов, элективных курсов, факультативов
1-4	Базовый	«Решение нестандартных задач» «Наглядная геометрия»
5-6	Базовый	«Решение нестандартных задач» «Наглядная геометрия»
		«Математическая логика» «Делимость чисел»
7-9	Базовый	«Нестандартные методы решения задач» или «За страницами учебника математики» «Основы черчения» Практикум «Сложные темы школьного

		курса математики» или практикум «Типология и методология решения задач по курсу элементарной математики»
	Углублённый	«Функционально-графические и аналитические методы решения задач с параметрами» «Делимость чисел» «Геометрия на плоскости»
10-11	Базовый	«Нестандартные методы решения задач» «Подготовительный факультатив» (или «Элементарная алгебра с точки зрения высшей математики», или «Избранные вопросы», или «Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи», или «Сложные вопросы математики»)
	Профильный (6 часов)	«Методы решения задач с параметрами» «Методы решения планиметрических задач» «Нестандартные методы решения задач»
	Профильный (более 6 часов)	«Делимость чисел» (1 полугодие 10 класса) «Задачи с параметрами» (2 полугодие 10 класса и 1 полугодие 11 класса) «Решение конкурсных и олимпиадных задач» (2 полугодие 11 класса) «Методы решения геометрических задач» (годичный курс) «Решение задач при ЗФТШ» (годичный курс)

Особенности реализуемых моделей:

1. Включение сквозных спецкурсов, факультативов «Решение нестандартных задач», «Математическая логика», «Наглядная геометрия», начиная с начальной школы.

2. Проведение модульных и годичных курсов в основной школе, в том числе спецкурса по черчению, который служит базой для вузовского курса «Начертательная геометрия» на инженерных специальностях, пропедевтикой изучения раздела геометрии «Стереометрия» на уровне среднего общего образования, а также способствует формированию и развитию логического мышления, пространственного воображения учащихся. На углублённом уровне в 7-9 классах ОО необходимо предусмотреть возможность реализации

спецкурса «Функционально-графические и аналитические методы решения задач с параметрами».

3. Использование общепризнанных эффективных практик организации внеурочной деятельности. На уровне среднего общего образования положительно зарекомендовали себя следующие годичные элективные курсы на базовом уровне для отработки навыков решения базовых конструкций учащимися, имеющими пробелы в знаниях, и для расширения знаний, отработки умений решения задач повышенного уровня сложности учащимися, имеющими высокий уровень математической подготовки; годичные элективные курсы на минимальном профильном уровне для углубления профильного предметного содержания; параллельно модульные и годичные на профильном (углублённом) уровне для изучения новых содержательных линий, в том числе и методологических.

Желательно, чтобы эти программы были разработаны в ОО всеми учителями математики 5-11 классов совместно с учителями естественнонаучного цикла и начальной школы. Рекомендуем по возможности закрепить за учителем математики на уровне среднего общего образования проведение конкретного элективного курса.

Для организации образовательной деятельности на уроке, при проведении занятий элективных курсов, факультативов по математике необходима реализация дифференцированного подхода как за счёт разработки индивидуальных образовательных маршрутов для учащихся, так и использования дистанционных форм обучения, видеолекций, ЭОР.

Рабочие программы курсов внеурочной деятельности должны содержать следующие разделы:

1. Результаты освоения курса внеурочной деятельности.

2. Содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации и основных видов деятельности.

3. Тематическое планирование.

Иные разделы могут быть включены в рабочую программу по усмотрению образовательной организации, что должно быть закреплено локальным актом ОО.

7. Рекомендации об организации текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в рамках внутренней системы оценки качества образования в общеобразовательной организации

Система оценки достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы общего образования является частью системы оценки и управления качеством образования в образовательной организации и служит одним из оснований для разработки локального нормативного акта образовательной организации о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Основным объектом системы оценки, ее содержательной и критериальной базой выступают требования ФГОС ОО, которые конкретизированы в итоговых планируемых результатах освоения обучающимися примерных основных образовательных программ основного общего и среднего общего образования. Итоговые планируемые результаты детализируются в рабочих программах в виде промежуточных планируемых результатов.

Комплексный подход к оценке образовательных достижений реализуется путем:

– оценки трех групп результатов: личностных, предметных, метапредметных (регулятивных, коммуникативных и познавательных универсальных учебных действий);

– использования комплекса оценочных процедур как основы для оценки динамики индивидуальных образовательных достижений и для итоговой оценки;

– использования разнообразных методов и форм оценки, взаимно дополняющих друг друга (стандартизированные устные и письменные работы, проекты, практические работы, самооценка, наблюдения и др.).

Базовый уровень подготовки определяется на основании выполнения учащимися заданий базового уровня, которые оценивают планируемые результаты из блока «Выпускник научится», используют наиболее значимые программные элементы содержания и трактуются как обязательные для освоения. Достижение базового уровня свидетельствует о способности учащихся решать типовые учебные задачи, целенаправленно отрабатываемые со всеми обучающимися в ходе образовательной деятельности.

Полнота итоговой оценки планируемых результатов обеспечивается двумя процедурами:

1) формированием накопленной оценки, складывающейся из текущего и промежуточного контроля;

2) демонстрацией интегрального результата изучения курса в ходе выполнения итоговой работы. Это позволяет также оценить динамику образовательных достижений учащихся.

Внутренний мониторинг образовательной организации представляет собой процедуры оценки уровня достижения планируемых образовательных результатов. Результаты внутреннего мониторинга являются основанием для рекомендаций по текущей коррекции учебной деятельности и ее индивидуализации. Ниже в таблице 4 представлены основные виды оценочных процедур в рамках внутренней системы оценки качества образования в общеобразовательной организации и виды инструментария педагогического мониторинга в зависимости от реализуемых целей.

Таблица 4.

Система оценки результатов освоения обучающимися основной образовательной программы

№	Виды оценочных процедур	Педагогический мониторинг	
		цель	виды инструментария
Внутренняя оценка			
1	Стартовая диагностика	оценка компетентности	учебно-исследовательские работы
2	Текущая оценка (формирующая оценка)		проектные работы
			практические работы
3	Тематическая оценка		лабораторные работы
4	Портфолио		внеклассные игры, конкурсы и т.п.
5	Промежуточная аттестация	оценка уровня обученности	комплексные работы
6	Защита итогового индивидуального проекта		индивидуальные творческие задания
			диагностические работы
		оперативный контроль	контрольные работы
			зачёты
			тестирование
			текущие самостоятельные работы, в том числе математические, графические диктанты, блиц-опросы, экспресс-диагностики
			устный опрос на уроке
	Внутришкольный мониторинг достижения учащимися планируемых образовательных результатов		
Внешняя оценка			
7	Промежуточная аттестация в форме РПР, МПР, ВПР, НИКО и др.	оценка компетентности	проверочные работы
8	Государственная итоговая аттестация в форме ОГЭ, ЕГЭ, ГВЭ		контрольно-измерительные материалы

Результаты текущей оценки являются основой для индивидуализации учебной деятельности и корректировки индивидуального учебного плана, в том числе и сроков изучения темы / раздела / предметного курса. Тематическая оценка представляет собой процедуру оценки уровня достижения промежуточных планируемых результатов по предмету, которые приводятся в учебных методических комплектах к учебникам, входящих в федеральный перечень, и в рабочих программах.

Для конструирования тематической контрольной работы по математике рекомендуют использовать следующие виды заданий при обязательном включении основных типов заданий из работ НИКО, ВПР:

I группа заданий: задания репродуктивного уровня:

1. Задания на воспроизведение определения понятия, формулировки правила, закона, формулы, теоремы, что соответствует репродуктивному уровню усвоения учебного материала.

2. Задания, требующие применения знаний по образцу на основе первого задания, например, решение задачи по воспроизведенной в первом задании формуле, правилу, алгоритму, работа с письменным текстом по данному в первом задании правилу и т. д., что соответствует алгоритмическому уровню усвоения учебного материала.

3. Примеры заданий на применение изученного материала для выполнения заданий базового уровня сложности.

II группа заданий: задания конструктивного характера, при выполнении которых надо действовать с познавательными объектами в измененной ситуации, что соответствует конструктивному уровню усвоения учебного материала (повышенный уровень сложности).

III группа заданий: задания творческого характера, при выполнении которых необходимо найти новые решения, создать новый учебный продукт (текст, описание и т.д.), провести классификацию, что соответствует творческому уровню усвоения учебного материала (повышенный и высокий уровень сложности).

Промежуточная оценка фиксирует уровень достижений предметных планируемых результатов и уровень сформированности универсальных учебных действий. Ниже в таблицах 5 и 6 представлены методические материалы для разработки диагностического инструментария по формированию и развитию УУД у учащихся на уровне основного общего образования средствами предмета; приведён пример контрольной работы для проведения промежуточной аттестации по математике в 5-ом классе (Мониторинг качества образования. Часть 1. Математика. Биология. Психология. Чекмарёва Т.К., Аврутина Е.Ф. - Москва, 2004).

Таблица 5.

Диагностический инструментарий для формирования и развития УУД

у учащихся на уровне общего образования средствами предмета «Математика»

№	Виды УУД	Индикаторы	Виды заданий
1.	Регулятивные	Работать в соответствии с поставленной учебной задачей	1. Прочитайте задачу…, по предложенному списку действий установите и запишите последовательность действий при её решении. 2. Перечислите, какие определения, формулы, свойства, признаки, теоремы, алгоритмы, правила, … были вами использованы при решении задачи из пункта 1. 3. В условии задачи или предложенном списке действий в п. 1 найдите ошибку и исправьте её. 4. Оцените эффективность используемого метода (методов) решения (преобразования). 5. Если добавить (или убрать) какие-то данные …, то какие дополнительные (или новые) вопросы можно поставить к задаче? 6. Спрогнозируйте, каковы области (направления) применения (использования) рассматриваемых в задании понятий, конструкций, методов решения…
		Работать в соответствии с предложенным планом	
		Сравнивать полученные результаты с ожидаемыми	
		Планировать и оценивать свою деятельность под руководством учителя	
2.	Познавательные	Осуществлять поиск и отбор информации из различных источников	Работа со статистической информацией. 1. Назовите наибольшее (наименьшее) значение …, представленное таблично. 2. На сколько (во сколько раз) … больше (меньше)…, представленной на графике. 3. Переведите предложенную информацию… в круговую диаграмму (или таблицу, или график). 4. Сопоставьте информацию, представленную на двух
		Работать с текстом и вне текстовыми компонентами: выделять главные мысли, осуществлять поиск определённых понятий и ответов на поставленные вопросы, составлять простой план	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Качественно и количественно описывать объект; представлять информацию в различных формах;
выделять главные существенные признаки объекта
Сравнивать объекты, факты по заданным критериям; высказывать суждения; подтверждать их фактами
Классифицировать информацию по данным признакам
Решать учебные задачи на контекстном материале до 3-4 действий</td><td>графиках, и ответьте на вопрос: можно ли утверждать, что чем больше…, тем меньше…?
5. Сформулируйте вопросы к предложенной статистической информации или к параграфу учебника по теме…
6. Составьте справочник по теме…, предложенной учителем.
7. Заполните таблицу по теме…, используя учебник и различные источники информации:<table><tr><td>Знал</td><td>Узнал новое</td><td>Вопросы</td></tr></table>8. Сравните термины… Можно ли утверждать, что они означают одно и то же? Ответ обоснуйте.
9. Допишите предложение (или решение), чтобы оно было верным.
10. Сгруппируйте термины по установленному вами признаку.
11. Исключите лишнее понятие из предложенного списка.
12. Установите соответствие между…
13. Какое уравнение из предложенных надо решить, чтобы ответить на вопрос задачи?
14. Решите, найдите, вычислите, докажите, постройте …</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Коммуникативные</td><td>Кратко формулировать свои мысли в письменной и устной форме: пересказ близко к тексту, краткий пересказ, воспроизведение определений, формул, алгоритмов</td><td>1. Расскажи и покажи, как можно измерить…, вычислить…?
2. Приведи примеры из окружающей действительности, где могут пригодиться знания по теме… (или имеющую форму…).
3. Найдите в паре с соседом по парте, проведя эксперимент…
4. Докажи, заполнив с соседом по парте таблицу (или выполнив чертёж),…
5. Смоделируй с соседом по парте условие задачи в любой форме по предложению, решению…</td></tr>
</table>

Таблица 6.

Пример контрольной работы для проведения промежуточной аттестации по математике в 5-ом классе

Виды проверяемых УУД	Декабрь	Апрель
1.Регулятивные: - умение планировать	1. *В кинотеатре 2 зала. В большом зале 26 рядов по 23 места, а в малом зале 19 рядов по 22 места. Сколько всего мест в кинотеатре?* Разберите решение задачи, установив и записав последовательность действий: А) прочитайте внимательно текст задачи; Б) найдите, сколько мест в малом зале; В) найдите, сколько мест в двух залах вместе; Г) запишите кратко задачу; Д) найдите, сколько мест в большом зале; Е) запишите ответ задачи. Какие действия с натуральными числами выполняются при решении этой задачи?	1. *Теплоход плыл 3,2 ч по течению реки и 2,5 против течения. Какой путь прошел теплоход за всё это время, если его собственная скорость 28,8 км/ч, а скорость течения 2,2 км/ч?* Разберите решение задачи, установив и записав последовательность действий: А) запишите кратко задачу; Б) прочитайте внимательно текст задачи; В) найдите путь теплохода по течению реки; Г) найдите скорость теплохода против течения реки; Д) найдите весь путь, который прошёл теплоход; Е) найдите путь теплохода против течения реки; Ж) найдите скорость теплохода по течению реки З) запишите ответ к решению задачи
- умение контролировать свою деятельность	2. Решите следующую задачу самостоятельно, контролируя каждый свой шаг и обосновывая ход решения: *На первом станке вытачивают в час 28 деталей, а на втором – 35 таких деталей в час. Сколько всего деталей будет изготовлено за 17 часов работы на первом станке и за 15 ч работы на втором?*	2. Решите следующую задачу самостоятельно, контролируя каждый свой шаг и обосновывая ход решения: *Собственная скорость катера 30 км/ч, а скорость течения реки 2,2 км/ч. Сначала катер плыл 1,2 ч против течения, а затем 0,8 ч по течению. Какой путь прошел катер за всё это время?*
2.Познавательные:	1. Проверьте, правильно ли	1. Найдите ошибку в ходе

- умение анализировать; - умение сравнивать; -умение обобщать; -умение выделять главное и существенное	расставлен порядок выполнения действий? В случае ошибки исправьте её. *1 4 5 2 3 6* (38· 216 : 57 + 3780 : 108 - 10) : 13 2.Найдите ошибку и исправьте её: А) 5 км 30 м = 5300 м; Б) 4 ч = 400 мин; В) 3 кг 8 г = 30008; 3. Верно ли найдено значение выражения? Если неверно, то почему? $2^3 + 3^2 = 6 + 6 = 12$ 4. Составьте выражение по следующим заданиям: А) разделить 58 344 на 429; Б) 215 умножить на 48; В) сложить результаты заданий А и Б. Найдите значение получившегося выражения. Ответ должен быть числом меньше 10 460, но больше 10 450. 5.Определите по формуле пути: А) значение S, если V = 12 км/ч, t = 3 ч; Б) значение t, если S = 180 м, V = 15 м/с. 6. Поставьте вместо звёздочек пропущенные цифры: 6*3*785 + 3*4*82 _____ *9367**	решения уравнения. А) 11,2x + 3,7 = 7,06; Б) 11,2x = 7,06 – 3,7; В) 11,2x = 3,36; Г) 11,2x = 3,36:11,2; Д) x = 3 Ответ: 3. 2. Верно ли, что 3,8 < 3,80? Ответ обоснуйте. 3. При округлении числа 17,356 до разряда десятых получили 17,3, а при округлении до разряда десятков получили 20. Какая допущена ошибка и почему? 4. Докажите, что 6 < 2,3 · 3,5 < 12. 5. Укажите любые два числа, которые на координатном луче расположены между числами 2,1 и 2,2. 6. Решите уравнение и выполните проверку: 10 – 2,4x = 3,16. 7. Решите задачу с помощью составления уравнения: *В двух цистернах было 119,88 т бензина. В первой цистерне бензина было в 1,7 раза больше, чем во второй. Сколько тонн бензина было в каждой цистерне?* За *x* примите количество бензина во второй цистерне. Ответ: 75,48 т, 44,4 т.

3.Коммуникативные: - знание основных понятий	1. Выполните задания и ответьте на вопросы: А) сформулируйте правило сложения и вычитания натуральных чисел; Б) назовите разряды шестизначного натурального числа; В) сформулируйте правило сравнения натуральных чисел; Г) как найти неизвестное уменьшаемое? Д) как называются компоненты при делении чисел? Е) какие числа называются натуральными?	1. Сформулируйте следующие правила: А) умножение десятичной дроби на десятичную дробь; Б) деление десятичной дроби на натуральное число; В) округление чисел; Г) сравнение десятичных дробей; Д) нахождение среднего арифметического нескольких чисел
- знание определений, понятий, выделение их существенных признаков	2. Заполните пропуски, чтобы утверждение было верным: А) от перестановки мест слагаемых _____; Б) число округляем с избытком, если _____ _____ ___; В) чтобы найти неизвестный множитель, нужно произведение _____ _____ ___;	2. Заполните пропуски, чтобы утверждение было верным: А) если в десятичной дроби перенести запятую влево на два знака, то она _____; Б) чтобы выполнить деление десятичной дроби на десятичную, нужно перенести запятую в делимом и делителе на столько знаков, сколько их в _____; В) процент - это _____часть числа; Г) периметр прямоугольника равен удвоенному _____ смежных _____; Д) координатный луч – это луч, на котором выбрано _____.
- умение проводить доказательства, рассуждать при выполнении аналитических заданий	3. Ответьте на вопросы: А) может ли при каком-нибудь значении x быть верным равенство: $x - 3 = 3 - x$? Б) произведение в 27 раз	3. Верны ли утверждения? А) 25% = 2,5. Ответ обоснуйте; Б) Сумма двух дробных чисел не может быть целым числом. Приведите контрпример. В) Площадь прямоугольника

	больше одного из множителей, можно ли найти другой множитель? В) имеет ли корень уравнение: $y : y = y \cdot y$? Г) в каких случаях разность двух чисел равна каждому из них?	равна произведению его смежных сторон. Приведите пример. В каких единицах измеряется площадь? Г) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. Приведите пример. Д) Если $x > y$, то точка A(x) лежит левее точки B(y) на координатном луче. Ответ обоснуйте

Основной процедурой итоговой оценки достижения метапредметных результатов является защита индивидуального итогового проекта.

На уровне основного общего образования делается акцент на освоении учебно-исследовательской и проектной работы как типа деятельности, где материалом являются, прежде всего, учебные предметы. На уровне среднего общего образования исследование и проект приобретают статус инструментов учебной деятельности полидисциплинарного характера, необходимых для освоения социальной жизни и культуры.

На уровне основного общего образования процесс становления проектной деятельности предполагает и допускает наличие проб в рамках совместной деятельности учащихся и учителя. На уровне среднего общего образования проект реализуется самим старшеклассником или группой учащихся.

Ниже в таблице 7 представлен примерный перечень рекомендуемых тем проектов по математике на уровне основного общего образования.

Таблица 7.

Примерный перечень тем проектов по математике
на уровне основного общего образования

Проекты прикладного характера	Проекты исследовательского характера
1. Профессии выпускников нашей школы (города)	1. Симметрические многочлены
2. Среднестатистический житель моего города (ученик школы, класса)	2. Квадратно-треугольные числа
3. Как работает школьная столовая (библиотека, медицинский пункт, трудовые мастерские, кабинет физической подготовки)	3. Диофантовы уравнения
	4. Числа, имеющие ровно n делителей
	5. Системы счисления, которыми пользовалось человечество
4. Наша успеваемость в этом учебном году	6. Какие три элемента задают треугольник
5. Время, затраченное на выполнение домашнего задания (посещения внеурочных занятий)	7. Вписанные, описанные и вневписанные окружности

6. Мой режим дня	8. Окружность Аполлония. Прямая Эйлера. Окружность девяти точек. Формула Эйлера
7. Задачи на проценты (дроби, пропорции), решаемые в жизни	9. Движения плоскости. Классификация движений. Теорема Шаля
8. Вычисление площадей (объёмов, длин) в повседневной жизни	10. Полярные координаты
9. Измерения на местности, требующие применения геометрии	11. Неразрешимость классических задач на построение
10. Статистика в спорте (в промышленности нашего города и т.п.)	12. Геометрические места точек
11. Проект детского городка (пришкольного участка, школьной формы и т.п.)	13. Золотое сечение
12. Математические игрушки на новогодней ёлке (игрушки моего брата, сестры)	14. Координатный и векторный методы решения задач
13. Вероятность на экзамене (соревнованиях и т.п.)	15. Аналитические и графические методы решения уравнений, неравенств, систем

Оценивание проектной работы должно проводиться на основе критериальной модели. К основным требованиям к инструментарию оценки сформированности результатов при процедуре защиты реализованного проекта относится не только его защита, но и динамика изменений, внесенных в проект от момента замысла до воплощения.

8. Рекомендации по использованию УМК в образовательной деятельности с учетом нового ФПУ

В образовательной деятельности используются учебники и учебные пособия, перечень которых утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 28.12.2018 № 345 «Об утверждении федеральных перечней учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования».

Последовательность изучения предметных тем в каждом УМК различная в зависимости от превалирующего математического понятия, положенного в основу его разработки – либо понятия «число», либо понятия «функция», либо понятия «множество». Методические рекомендации к разработке рабочих программ, а также тематическому планированию представлены как на страницах журналов «Математика в школе», «Математика», так и в методических пособиях, разработанных авторами учебников.

В соответствии с ФП изъяты учебники некоторых авторских коллективов. Ниже в таблице 8 приведены рекомендации по использованию учебников в условиях отсутствия ряда учебно-методических линий по математике.

Таблица 8.

Рекомендации по использованию учебников в условиях отсутствия ряда учебно-методических линий в Федеральном перечне учебников (Приказ Минпросвещения России № 345 от 28.12.2018)

№ учебника по-старому ФП (№ учебника по-новому ФП)	Автор/авторский коллектив	Наименование учебника	Класс	Наименование издателя (ей) учебника
Линия учебника, исключенного из перечня				
1.2.3.1.11.1 1.2.3.1.11.2	Муравин Г.К., Муравина О.В.	Математика	5, 6	ООО «Дрофа»
Рекомендуемая замена				
1.2.4.1.10.1 1.2.4.1.10.2	Ткачёва М.В.	Математика	5, 6	АО «Издательство «Просвещение»
1.2.4.1.6.1 1.2.4.1.6.2	Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и др.	Математика	5, 6	АО «Издательство «Просвещение»
Линия учебника, исключенного из перечня				
1.2.3.1.11.3 1.2.3.1.11.4 1.2.3.1.11.5	Муравин Г.К., Муравин К.С., Муравина О.Б.	Алгебра	7, 8, 9	ООО «Дрофа»
Рекомендуемая замена				
1.2.4.2.2.1 1.2.4.2.2.2 1.2.4.2.2.3	Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др.	Алгебра	7, 8, 9	АО «Издательство «Просвещение»
1.2.4.2.4.1 1.2.4.2.4.2 1.2.4.2.4.3	Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др.	Алгебра	7, 8, 9	АО «Издательство «Просвещение»
Линия учебника, исключенного из перечня				
1.2.3.3.1.1 1.2.3.3.1.2 1.2.3.3.1.3	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. и др.	Геометрия	7, 8, 9	АО «Издательство «Просвещение»
1.2.3.3.4.1 1.2.3.3.4.2 1.2.3.3.4.3	Глейзер Г.Д.	Геометрия	7, 8, 9	Бином. Лаборатория знаний
1.3.4.1.1.1	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И.	Математика: алгебра и начала математического	10-11	АО «Издательство «Просвещение»

		анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровень)		
Рекомендуемая замена				
1.2.4.3.3.1 1.2.4.3.3.2 1.2.4.3.3.3	Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Прасолов В.В. / Под ред. Садовничего В.А.	Геометрия	7, 8, 9	АО «Издательство «Просвещение»
1.3.4.1.3.1	Бутузов В.Ф., Прасолов В.В. / Под ред. Садовничего В.А.	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни)	10-11	АО «Издательство «Просвещение»
1.2.4.3.1.1 1.3.4.1.2.1	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.	Геометрия Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни)	7-9 10-11	АО «Издательство «Просвещение» АО «Издательство «Просвещение»
1.2.4.3.7.1	Погорелов А.В.	Геометрия	7-9	АО «Издательство «Просвещение»
1.3.4.1.12.2	Погорелов А.В.	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни)	10-11	АО «Издательство «Просвещение»

		(Просвещение)		

9. Информационные ресурсы, обеспечивающие методическое сопровождение образовательной деятельности по предмету

Таблица 9.

Программы, обеспечивающие реализацию ФГОС ООО, ФГОС СОО
Методические рекомендации по изучению курса математики и сборник рабочих программ опубликованы на сайте: http://www.prosv.ru
Для разработки диагностического инструментария
1. Сборники тестовых заданий, изданных на федеральном уровне, тексты банка задач сайта разработчиков КИМ ЕГЭ по математике http://www.fipi.ru/, http://www.mathege.ru 2. Дидактические материалы по информатике и математике http://graphfunk.narod.ru 3. ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию http://rain.ifmo.ru/cat 4. Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике онлайн) http://mathtest.ru/
Методическое сопровождение образовательной деятельности
1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам http://window.edu.ru/ 2. Естественнонаучный образовательный портал http://www.en.edu.ru/ 3. Общероссийский проект «Школа цифрового века» https://xn--b1a3bf.xn--p1ai/ 4. Российский общеобразовательный портал http://www.school.edu.ru/ 5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов http://fcior.edu.ru/ 7. Федеральный портал «Российское образование» http://www.edu.ru/ 8. Федеральный портал «ИКТ в образовании» http://www.ict.edu.ru/
Для подготовки учащихся к олимпиадам и конкурсам
1. Ссылка Библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики Портал Math.ru http://www.math.ru 2. Газета «Математика» издательского дома «Первое сентября» http://mat.1september.ru 3. Математика: Консультационный центр преподавателей и выпускников МГУ https://school.msu.ru/ 4. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/catalog/ 5. Московский центр непрерывного математического образования https://www.mccme.ru/ 6. Образовательный математический сайт Exponenta.ru https://exponenta.ru/ 7. Общероссийский математический портал Math_Net.Ru http://www.mathnet.ru/ 8. Виртуальная школа юного математика. Графики функций https://mathematics.ru/ 9. Дискретная математика: алгоритмы (проект Computer Algorithm Tutor) http://comp-science.narod.ru/

10. Задачи по геометрии: информационно-поисковая система http://uztest.ru/
11. Интернет-библиотека физико-математической литературы http://www.math-on-line.com/
12. Интернет-библиотека «Задачи» http://ilib.mccme.ru/
13. Логические задачи и головоломки http://smekalka.pp.ru
14. Математика. Школа. Будущее. Сайт учителя математики А.В. Шевкина http://www.shevkin.ru/
15. Математические олимпиады и олимпиадные задачи http://www.zaba.ru
16. Математические этюды http://www.etudes.ru/
17. Международный математический конкурс «Кенгуру» https://mathkang.ru/ 21.Московская математическая олимпиада школьников http://olympiads.mccme.ru/mmo
18. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» http://kvant.mccme.ru/
19. Прикладная вся элементарная математика: http://www.pm298.ru/
20. Средняя математика: справочник: математическая интернет-школа. Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа http://www.bymath.net
21. Московский центр непрерывного математического образования. Московские математические олимпиады. Задачи окружных туров олимпиады для школьников 5-11 классов начиная с 2000 г. Задачи городских туров олимпиады для школьников 8-11 классов начиная с 1999 года. Все задачи с подробными решениями и ответами. Новости олимпиады. Победители и призеры олимпиад. Статистика. http://olympiads.mccme.ru/mmo/
22. Математические регаты. http://olympiads.mccme.ru/regata/
23. Математический турнир математических боев http://olympiads.mccme.ru/matboi/
24. Турнир имени М.В. Ломоносова. http://olympiads.mccme.ru/turlom/
25. Олимпиадные задачи по математике: база данных. http://zaba.ru/
26. Всероссийский дистанционный конкурс-игра «КИО» (конструируй, исследуй, оптимизируй) http://kio-nauka.ru/kio19/main/go/p

Малахова Н.А., старший преподаватель
факультета общего образования
ГАУДПО МО «ИРО»